

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΜΟΥΣΙΚΗ**

**Μάθημα:** Ερευνητική εργασία

**Υπεύθυνος καθηγητής:** κος Κιτσάκης

**Ονόματα μαθητών:** Αγγελοπούλου Αλίκη, Ασημακοπούλου Κλάρα, Γαλανοπούλου Έλενα, Δουβή Κατερίνα

**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

- Εισαγωγή..... ΣΕΛΙΔΑ 2
- Το μονόχορδο και μαθηματικές σχέσεις..... ΣΕΛΙΔΑ 3
- ΒΕΕΤΟΒΕΝ: Πώς ένας κουφός συνθέτει μουσική..... ΣΕΛΙΔΑ 5
- Ενδιαφέρουσες πληροφορίες..... ΣΕΛΙΔΑ 7
- Βιβλιογραφία..... ΣΕΛΙΔΑ 8

Πολλοί αναρωτιούνται «ποια είναι η σχέση της μουσικής με τα μαθηματικά;». Στη πραγματικότητα, όμως, η μουσική είναι μαθηματικά, και το πρώτο μουσικό όργανο που υπήρξε ποτέ (το μονόχορδο), στην αρχή κανείς δεν έβλεπε την ψυχαγωγική του χρήση. Από τα μαθηματικά, όμως ξεκινά η μουσική...

**ΤΟ ΜΟΝΟΧΟΡΔΟ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ**

Το μονόχορδο υπήρξε αρχαίο μουσικό και επιστημονικό όργανο, το οποίο συνδέθηκε άρρηκτα με το έργο του αρχαίου φιλοσόφου και θεωρητικού της μουσικής Πυθαγόρα, ο οποίος το χρησιμοποιούσε και για να διδάσκει τους μαθητές του για την σχέση της μουσικής με τα μαθηματικά. Στην απλούστερή του μορφή, το μονόχορδο φέρει μία χορδή που εκτείνεται επί ενός ακουστικού ηχείου (το κυρίως σώμα του οργάνου). Η μετακίνηση ενός τάστου (του καβαλάρη) επιτρέπει την ελεγχόμενη αλλοίωση του ύψους του τόνου, από την οποία προκύπτει η μεταξύ τους μαθηματική σχέση.

απεικ  
όνιση  
ενός  
μονόχ  
ορδου



Το μονόχορδο απεικονίστηκε σε δεκάδες πραγματείες του Μεσαίωνα και της Αναγέννησης, ως το κύριο μέσο πρακτικής απόδειξης της σχέσης μαθηματικών και μουσικής· υπήρξε δε κύριο εργαλείο των οργανοποιών. Στην καθαυτή μουσική εικάζεται πως δεν είχε κάποια σπουδαία πρακτική εφαρμογή καθώς περιοριζόταν στην επιστημονική του χρήση. Άμεσος απόγονος του μονόχορδου θεωρείται η τρόμπα μαρίνα, ένα παρόμοιο μονόχορδο όργανο, με ιδιαίτερο χαρακτηριστικό τον ήχο του, ο οποίος μοιάζει μ' αυτόν της τρομπέτας.

Το μονόχορδο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απεικόνιση των μαθηματικών ιδιοτήτων του μουσικού βήματος σχετικά με το μήκος και την τάση των χορδών. Για παράδειγμα, όταν η χορδή του μονόχορδου είναι ανοιχτή, δονείται σε μια συγκεκριμένη συχνότητα και παράγει μια νότα. Όταν το μήκος της χορδής μειωθεί στο μισό και απομακρυνθεί, παράγει μία νότα μια οκτάβα υψηλότερη και η χορδή δονείται διπλάσια από τη συχνότητα του πρωτότυπου (2: 1) Το ήμισυ αυτού του μήκους θα παράγει έναν ήχο δύο οκτάβες υψηλότερο από το αρχικό - τέσσερις φορές την αρχική συχνότητα (4: 1) - και ούτω καθεξής.

Πιο συγκεκριμένα:

Αν ο καβαλάρης τοποθετηθεί στη μέση της χορδής, δημιουργείται μια σχέση που εκφράζεται με το λόγο  $\frac{1}{2}$ .

Αυτή η σχέση είναι γνωστή και ως οκτάβα ή διάστημα ογδόης.

Αν ο καβαλάρης τοποθετηθεί στα 4/5 της χορδής, προκύπτει το διάστημα της μικρής τρίτης.

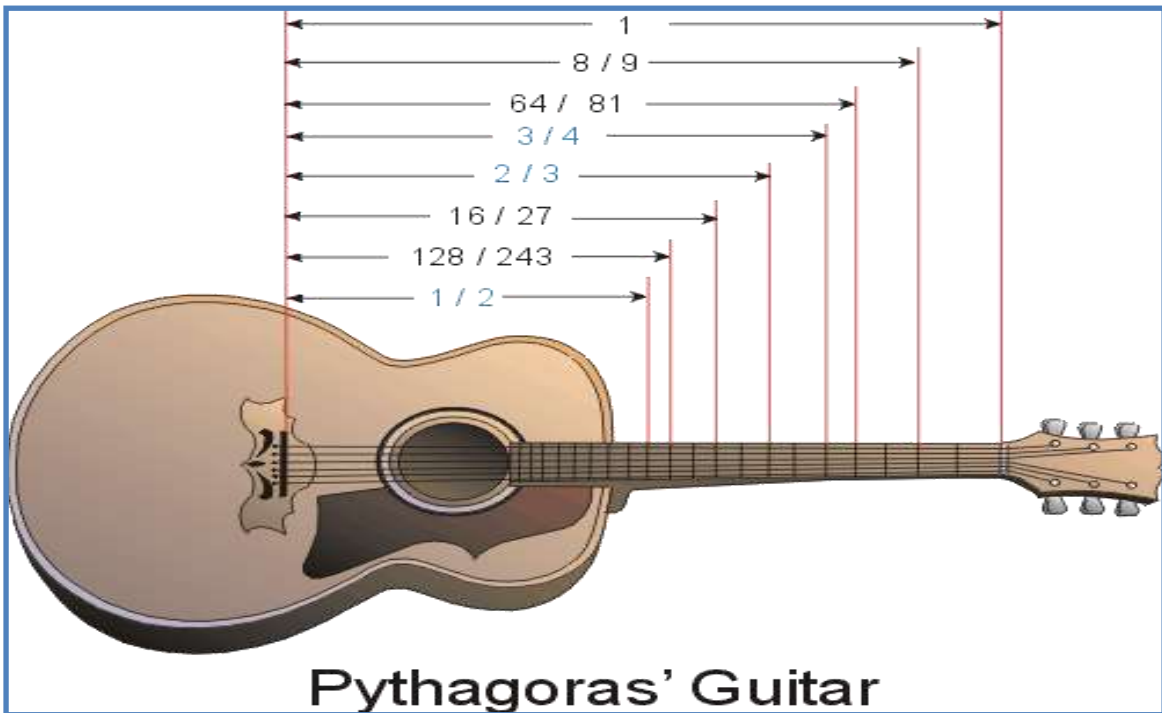
Αντίστοιχα, αν τοποθετηθεί στα 5/6, έχουμε το διάστημα της μεγάλης τρίτης.

Άλλες σχέσεις αποτελούν: στα 3/4, διάστημα τετάρτης

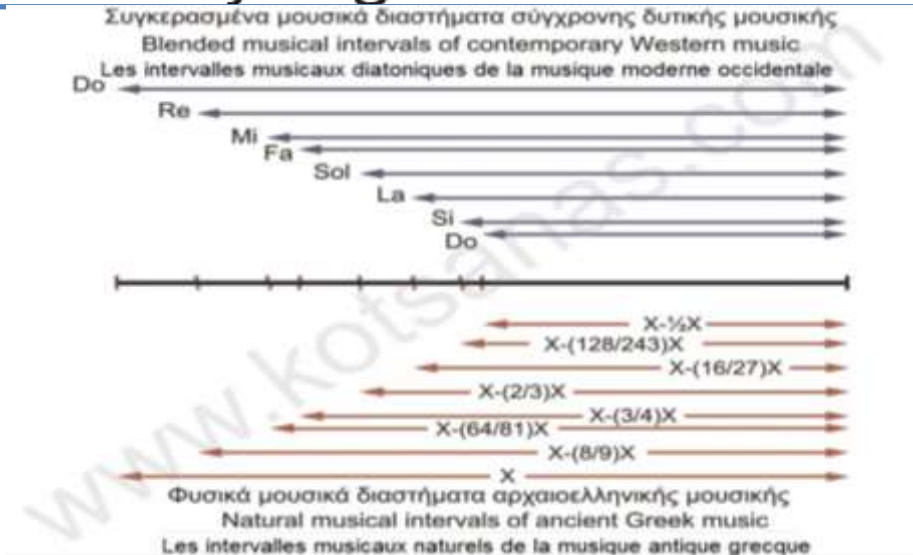
στα 2/3, διάστημα πέμπτης

στα 2/1, διάστημα ογδός

απεικόνιση των μαθηματικών σχέσεων του Πυθαγόρα σε μουσικό όργανο της σύγχρονης εποχής



### Pythagoras' Guitar

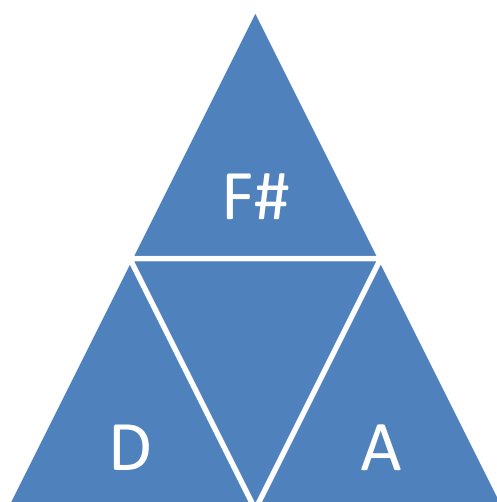


### ΒΕΕΤΟΒΕΝ: Πώς ένας κουφός συνθέτει μουσική...

Είναι γνωστό ότι ο Beethoven ήταν κουφός, αλλά κατάφερε να μείνει στην ιστορία της μουσικής ως ένας από τους μεγαλύτερους συνθέτες που έζησαν ποτέ.

Για να συνθέσει τα κομμάτια του, συνέδεε τις μαθηματικές σχέσεις νοτών και κλιμάκων με ένα στοιχείο, που είναι, μέχρι στιγμής, αδύνατον να μετρηθεί από την επιστήμη, τα συναισθήματα των ανθρώπων.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το “Moonlight sonata” το οποίο χρησιμοποιεί το συνδυασμό τριών νοτών που συνυπάρχουν αρμονικά, δημιουργώντας έναν ήχο πολύ εύηχο που ηρεμεί το αυτί του ανθρώπου.

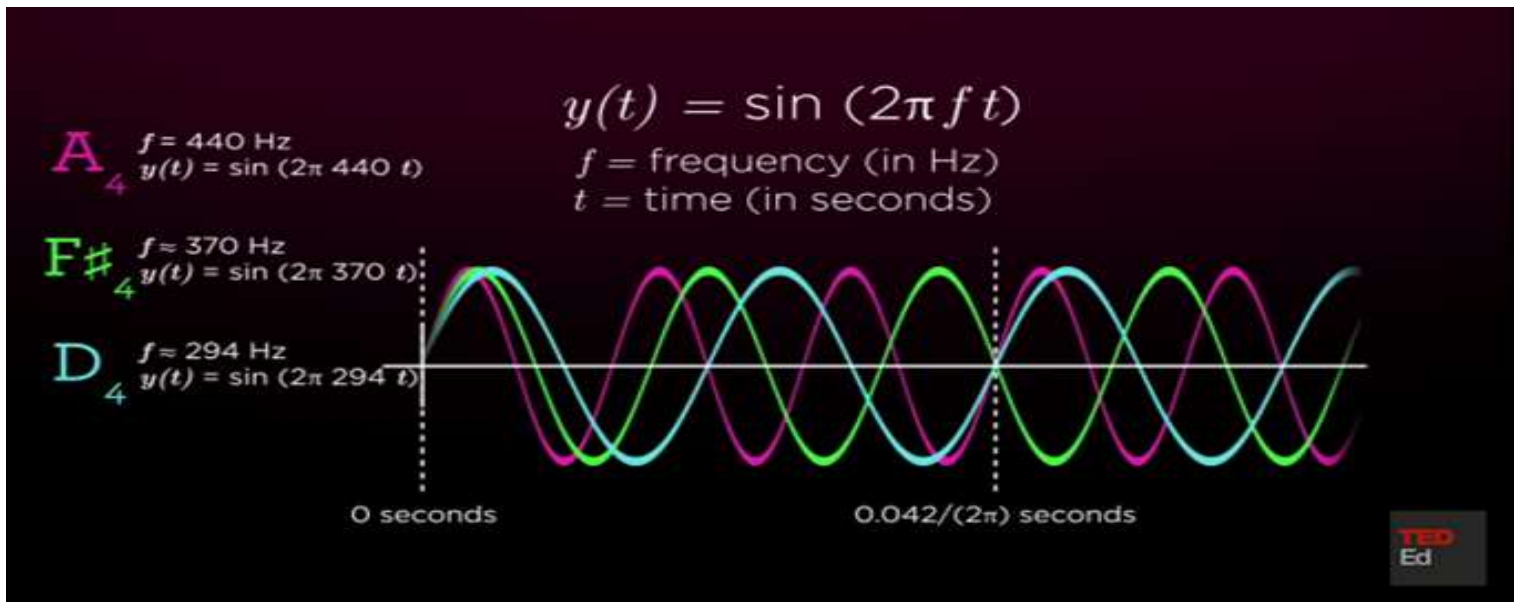


Αυτή είναι η τριάδα νοτών που χρησιμοποιείται στο ‘moonlight sonata’ στη κλίμακα D major

Adagio sostenuto  
*Si deve suonare tutto questo pezzo delicatissimamente e senza sordino \**

*sempre pp e senza sordino*

Η εισαγωγή του “moonlight sonata” σε παρτιτούρα



**ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΥΣΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ**

- Ένας άνθρωπος μπορεί να ακούσει συχνότητες από περίπου 20 Hz έως 20.000 Hz. (γι' αυτό υπάρχουν οι υπέρηχοι και οι υπόηχοι που πολλά ζώα ακούνε, ενώ ο άνθρωπος όχι)
- Οι πιο ευνοϊκές συχνότητες για τα αυτιά ενός ανθρώπου κυμαίνονται ανάμεσα στα 1.000 – 5.000 Hz.
- Εάν ένας άνθρωπος ακούσει ήχο με ένταση 240 dB, το κεφάλι του θα εκραγεί... κυριολεκτικά! Ευτυχώς είναι σχεδόν αδύνατον να παραχθεί ποτέ τέτοιος ήχος. (υπάρχουν κυβερνήσεις που έχουν σκεφτεί τη δημιουργία όπλων μαζικής καταστροφής με βάση τον ήχο)

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- [https://  
www.youtube.com/watch?v=zAxT0mRGuoY](https://www.youtube.com/watch?v=zAxT0mRGuoY)
- [https://  
dosits.org/science/measurement/what-sounds-  
can-we-hear/](https://dosits.org/science/measurement/what-sounds-can-we-hear/)
- [https://  
pages.mtu.edu/~suits/notefreqs.html](https://pages.mtu.edu/~suits/notefreqs.html)
- [http://  
www.terpandros.com/project/pythagoras-  
monochord/](http://www.terpandros.com/project/pythagoras-monochord/)
- [https://  
faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Vibratio  
ns/Vibrations.html](https://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Vibrations/Vibrations.html)
- [https://  
el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CE%BF%CE%BD%CF%8C%CF%87%CE%BF%CF%81%CE%B4%CE%BF](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CE%BF%CE%BD%CF%8C%CF%87%CE%BF%CF%81%CE%B4%CE%BF)
- [https://  
el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%85%CE%B8%CE%B1%CE%B3%CF%8C%CF%81%CE%B1%CF%82](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%85%CE%B8%CE%B1%CE%B3%CF%8C%CF%81%CE%B1%CF%82)
- [http://  
www.musicheaven.gr/html/modules.php?name=N  
ews&file=article&id=3679](http://www.musicheaven.gr/html/modules.php?name=News&file=article&id=3679)