

Τίτλος Διαθεματικής Εργασίας: Μαθηματικά και Αρχιτεκτονική (Β' Τετραμηνο)

Επιμέλεια: Κιτσοπάνου Φιλίππα, Μαγγανά Μαριάννα, Μοσχολιού Νικολέττα, Παπαδάκη Αριάδνη

Σχολικό Έτος: 2013-2014

ΣΧΕΣΗ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

- ❖ Ο αρχιτέκτονας οπλίζεται με γνώση πολλών επιστημών και εμπειρία διαφόρων τεχνών: Η αρχιτεκτονική είναι καρπός πράξης και θεωρίας.
- ❖ Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ παρέχει στην Αρχιτεκτονική πολλαπλή αρωγή, διδάσκει τη χρήση πρώτα του κανόνα και έπειτα του διαβήτη, με τα οποία διευκολύνεται:
 1. Η σχεδίαση [του ίχνους] του κτιρίου στο οικόπεδο.
 2. Η διαμόρφωση οριζοντίων επιφανειών.
 3. Η χάραξη ορθών γωνιών και κατευθύνσεων.
- ❖ Με την οπτική οδηγείται σωστά το φως από ορισμένες περιοχές του ουρανού στα κτίρια.
- ❖ Με την αριθμητική υπολογίζονται οι συνολικές δαπάνες κατασκευής των κτιρίων και αναπτύσσονται οι μέθοδοι μέτρησης.
- ❖ Τα δύσκολα ζητήματα των αναλογιών επιλύονται με την λογική και τις μεθόδους της Γεωμετρίας.

ΟΙ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ

- ❖ Την αρχιτεκτονική συνιστούν η καλούμενη από τους Έλληνες Τάξις, η Διάθεσις, η Ευρυθμία, η Συμμετρία, η Κοσμιότης και Οικονομία.
- ❖ Τάξη είναι η, με αίσθηση μέτρου, ισόρροπη διάρθρωση των διαφόρων μελών του έργου και η – με επιδίωξη συμμετρίας – οργάνωση μιας ιεραρχημένης σχέσης μεγεθών στο σύνολο.
- ❖ Η Τάξη πραγματοποιείται μέσω αυτού που οι Έλληνες καλούν “Ποσότητα”.
- ❖ Ποσότης είναι η επιλογή μονάδας μέτρου μέσα από το ίδιο το έργο, και η αρμονική συγκρότηση του συνόλου από τα επιμέρους στοιχεία των μελών του.
- ❖ Διάθεση είναι η σωστή διάταξη των στοιχείων και η επίτευξη, με τη κατάλληλη σύνθεσή τους, ενός κομψού αποτελέσματος, ενός έργου που έχει ποιότητα. Η Διάθεση εμφανίζεται στην “ιχνογραφία”, στην “ορθογραφία” και στη “σκηνογραφία”, που καλούνται από τους Έλληνες “Ιδέαι”.
- ❖ Η ιχνο-γραφία είναι [αποτέλεσμα] της Διάθεσης, με αίσθηση μέτρου, συνδυασμένης χρήσης κανόνα και διαβήτη. Η ιχνογραφία μας δίνει το ίχνος του κτιρίου για να το χαράξουμε στο έδαφος.
- ❖ Η ορθο-γραφία είναι η κατά μέτωπον απεικόνιση, είναι η σχεδίαση, με αίσθηση μέτρου, μιας μορφής, κατ’ αναλογίαν του έργου που μέλλει να κατασκευασθεί.

- ❖ Η σκηνο-γραφία είναι η σκιαγραφική απόδοση του μετώπου του κτιρίου και των πλευρών που απομακρύνονται, και η αντιστοίχιση όλων των γραμμών με το κέντρο ενός κύκλου [όπου βρίσκεται ο παρατηρητής].

ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΝΑΟΙ

ΟΡΙΣΜΟΣ:

Αναλογία είναι η διαμόρφωση των μελών αλλά και του συνόλου, βάσει ενός κοινού μέτρου επιλεγμένου μεταξύ των επιμέρους στοιχείων του έργου. Ο Λόγος της συμμετρίας προκύπτει από το κοινό μέτρο γιατί δεν είναι δυνατόν να υπάρξει Λόγος στην σύνθεση του ναού χωρίς Συμμετρία και χωρίς σχέσεις μεγεθών σαν αυτές που έχουν μεταξύ τους τα μέλη ενός καλοσχηματισμένου ανθρώπου.

- ❖ Η σύνθεση των ιερών κτιρίων εξαρτάται από τη Συμμετρία τους νόμους της οποίας οι αρχιτέκτονες πρέπει να εφαρμόζουν με την μεγαλύτερη δυνατή επιμέλεια. Η συμμετρία βασίζεται από τους Έλληνες καλούμενη «αναλογία».
- ❖ Τα μέρη των ναών πρέπει να βρίσκονται σε μια βασισμένη στα διακριτά επι μέρους στοιχεία τους έμμετρα αντιστοιχία ώστε να είναι απόλυτα εναρμονισμένη με τις γενικές διαστάσεις του συνόλου. Οι Αρχαίοι παρέδωσαν κανόνες για την διαμόρφωση όλων των ναών.

- ❖ Ο αρχιτέκτονας δεν μπορεί να αποκτήσει μια βαθιά γνώση της κατασκευής χωρίς τα μαθηματικά εργαλεία. Τα μαθηματικά δεν εξηγούν την φυσική συμπεριφορά ενός στοιχείου, απλώς την περιγράφουν.
- ❖ Η περιγραφή αυτή όμως είναι τόσο αποτελεσματική ώστε μια στοιχειώδης μαθηματική εξίσωση μπορεί να περιγράψει απλά και καθαρά μια σχέση.
- ❖ Παράδειγμα: ας χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση $\chi^2/a^2 - \psi^2/\beta^2 = 2cz$ με $a,b>0$ του υπερβολικού παραβολοειδούς (σελλοειδής επιφάνεια) που χρησιμοποιείται πολύ στην αρχιτεκτονική για την κατασκευή λεπτών κελυφών. Οροφές με κλειστά ανοίγματα σε κλειστά στάδια, κολυμβητήρια και κτλ λόγω της αυξημένης αντοχής τους σε λυγισμό. "

ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΠΟΥ ΒΑΣΙΖΟΝΤΑΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

(όσον αφορά στο σχήμα και στο τρόπο κατασκευής τους)

1. ΤΑΙΝΙΑ ΤΟΥ ΜΠΟΕΜΠΙΟΥΣ

Όλοι σχεδόν γνωρίζουν τι εστί «ταινία του Μοέμπιους»: μία λωρίδα με μία μόνο επιφάνεια, δηλαδή μία γεωμετρική μορφή δίχως πάνω και κάτω όψη και, άρα, δίχως προσανατολισμό.

Παρόμοιο σχήμα έχουν οι βουδιστικοί ναοί. Πρόκειται για τη γνωστή στούπα, της οποίας οι βουδιστές προσκυνητές κάνουν το γύρο δεξιόστροφα. Αυτό το εφέ ήθελε να υλοποιήσει ο αρχιτέκτονας που σχεδίασε το συγκεκριμένο ναό στην Κίνα,

δίνοντάς του το σχήμα της ταινίας του Μοέμπιους, το οποίο συμβολίζει την μετενσάρκωση.

2. ΕΚΚΛΗΣΙΑ ΣΕ ΣΧΗΜΑ ΠΟΛΥΕΔΡΟΥ

Ουσιαστικά, πρόκειται για πυραμιδοειδές σύμπλεγμα, το οποίο εμπνεύστηκε ο αρχιτέκτονας Walter Netsch στις αρχές της δεκαετίας του 1960 για το παρεκκλήσι της Ακαδημίας της Πολεμικής Αεροπορίας των ΗΠΑ στο Κολοράντο. Αποτελεί τυπικό δείγμα μοντερνιστικής αρχιτεκτονικής και η κατασκευή του κόστισε περί τα 3,5 εκατομμύρια δολάρια.

3. ΠΕΝΤΑΓΩΝΟ ΦΥΛΛΟΤΑΚΤΙΚΟ ΘΕΡΜΟΚΗΠΙΟ ΚΑΙ ΚΑΙΝΤΡΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Βρίσκεται στην Κορνουάλη της Αγγλίας και φιλοξενεί το μεγαλύτερο θερμοκήπιο του κόσμου, το οποίο αποτελείται από γεωδαισιακές δομές εξάγωνων και πεντάγωνων κυψελών.

4. ΕΠΙΚΛΗΝΗΣ ΟΥΡΑΝΟΞΥΣΤΗΣ

Έχει 41 ορόφους, βρίσκεται στο Λονδίνο και κατασκευάστηκε με βάση μοντέλα παραμετρικού σχεδιασμού ούτως ώστε να διασφαλιστεί η στερεότητά του. Επιπλέον, το κτίριο χρησιμοποιεί τη μισή ενέργεια απ' όση χρησιμοποιούν άλλοι ουρανοξύστες του ίδιου μεγέθους.

5. ΚΕΝΤΡΙΚΑ ΤΗΛΕΟΠΤΙΚΑ ΓΡΑΦΕΙΑ, Beijing, Κίνα

Συγκαταλέγεται στη δεκάδα των υψηλότερων κτιρίων στον κόσμο με ύψος 442 μέτρα. Το κόστος κατασκευής ανέρχεται στα 150 εκατομμύρια δολάρια ενώ το έτος ολοκλήρωσης ήταν το 1974.

6. ΠΕΡΙΠΤΕΡΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΜΟΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Χαρακτηρίστηκε ως το πρώτο πειραματικό ηλεκτρονικο-χωρικό περιβάλλον, το οποίο συνδύαζε αρχιτεκτονική, φιλμ, φως και ήχο σε μία ενιαία ολοκληρωτική εμπειρία.

7. ENDESA PAVILION, ΗΛΙΑΚΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΗ ΜΑΓΕΙΑ

Το Endesa Pavilion βρίσκεται στην Βαρκελώνη και αποτελεί ένα πρωτότυπο ηλιακό σύμπλεγμα, το οποίο όχι μόνο αποσκοπεί στην αναβάθμιση του υφιστάμενου ενεργειακού συστήματος αλλά επιδιώκει να αναπτύξει ένα δίκτυο, το οποίο θα επιτρέπει την εξοικονόμηση ενέργειας καθώς και την αποτελεσματική και βιώσιμη διαχείρισή της.

Εκτός από το περιβαλλοντολογικό και οικονομικό ενδιαφέρον που παρουσιάζει το συγκεκριμένο έργο είναι σημαντικό να επισημάνουμε πως ερείδεται σε μαθηματικά θεμέλια.

Για το σχεδιασμό του συγκεκριμένου περιπτέρου χρησιμοποιήθηκαν μαθηματικοί αλγόριθμοι με στόχο την αλλοίωση της κυβιστικής γεωμετρίας του κτιρίου, βάσει της κλίσης των ηλιακών ακτίνων. Στην ουσία, ο σχεδιασμός οφείλεται σε έναν αλγόριθμο, ο οποίος με τη βοήθεια υπολογιστικού προγράμματος υπολόγισε τη βέλτιστη μορφή του κτιρίου για τη συγκεκριμένη τοποθεσία.

Οι αρχιτέκτονες οι οποίοι εργάστηκαν για την υλοποίηση του συγκεκριμένου ηλιακού περιπτέρου προέρχονται από το Ινστιτούτο Προηγμένης Αρχιτεκτονικής της Καταλονίας.

Σε αυτήν την προσπάθειά τους παρακολούθησαν και κατέγραψαν με μαθηματικές σχέσεις την πορεία του ήλιου πάνω από το σημείο που ήθελαν να κατασκευάσουν το Endesa Pavilion.

Στη συνέχεια, εισήγαγαν τα δεδομένα σε ένα πρόγραμμα υπολογιστή, το οποίο αποτελείται από ένα σύνολο μαθηματικών βημάτων, το οποίο ονομάζεται «αλγόριθμος», μετέτρεψε αυτά τα δεδομένα σχετικά με την κίνηση του ήλιου στον ουρανό σε ένα γεωμετρικό κτίριο με ορισμένες διαστάσεις και αναλογίες προκειμένου να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή έκθεση στην ηλιακή ενέργεια στο συγκεκριμένο σημείο.

Ο αλγόριθμος προσδιόρισε τη θέση ηλιακών συλλεκτών σε περιοχές του κτιρίου και τους προσανατόλισε με τέτοιο τρόπο, ώστε να αξιοποιηθεί στο έπακρον η επαφή με τον ήλιο.

Τέλος, το πρόγραμμα πρότεινε ένα πρότυπο-καλούπι για το σχεδιασμό των ξύλινων τμημάτων από τα οποία θα αποτελείται το λεγόμενο “solar house”. Αυτό το πρότυπο δύναται να ενσωματωθεί σε μία μηχανή, η οποία θα τα κόψει σε κομμάτια που θα συλλέξουν και θα ενώσουν στο τέλος οι κατασκευαστές, σαν ένα παζλ.

ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΟΥ ΠΑΡΘΕΝΩΝΑ ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ



Το σημείο Γ χωρίζει το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ στη χρυσή αναλογία:
Δηλαδή, η διαίρεση όλου του τμήματος ΑΒ με το μεγαλύτερο τμήμα
ΓΑ να δίνει το ίδιο πηλίκο.

Με τη διαίρεση του μεγάλου τμήματος ΓΑ με το μικρό τμήμα ΓΒ.

Το σημείο Γ ονομάζεται χρυσή τομή του τμήματος ΑΒ.

ΤΙ ΕΙΝΑΙ Ο ΧΡΥΣΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΑΙ ΠΟΙΕΣ «ΟΜΟΡΦΕΣ» ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΕΧΕΙ;

Ο αριθμός $\Phi=1,618033989\dots$ ονομάζεται χρυσός αριθμός και
συμβολίζεται με Φ προς τιμή του μεγάλου γλύπτη Φειδία.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

$$1) \quad \Phi = 1,618033989\dots = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$2) \quad \frac{1}{\Phi} = 0,618033989\dots = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$3) \quad \Phi^2 = \Phi + 1$$

$$4) \quad \Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}$$

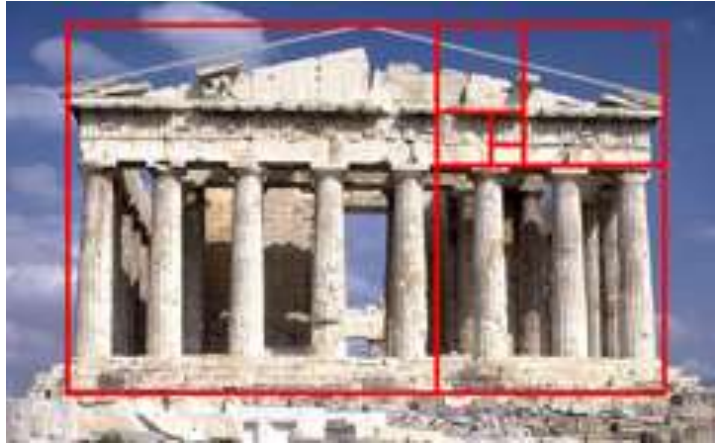
$$5) \quad \Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΧΡΥΣΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΚΑΙ ΤΙ ΣΧΕΣΗ ΕΧΕΙ ΜΕ ΤΟΝ ΠΑΡΘΕΝΩΝΑ;

Χρυσό ορθογώνιο είναι εκείνο στο οποίο: αν διαιρέσουμε το
μήκος της μεγαλύτερης πλευράς του με το μήκος της μικρότερης
πλευράς του παίρνουμε πηλίκο ίσο με τον χρυσό αριθμό
 $\Phi=1,618033989\dots$

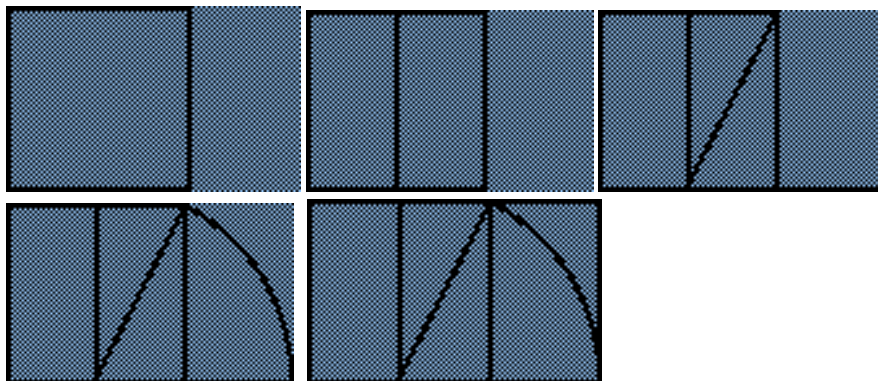
Το χρυσό ορθογώνιο εμφανίζεται συνέχεια στην κατασκευή του Παρθενώνα.

Σ εαυτό βλέπουμε έξι (6) τέτοια χρυσά ορθογώνια.



ΠΩΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΕΤΑΙ ΕΝΑ ΧΡΥΣΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ;

1. Κατασκευάζουμε τετράγωνο με πλευρά ίση με 1.
2. Το χωρίζουμε σε δύο ίσα μέρη - ορθογώνια.
3. Σχεδιάζουμε τη διαγώνιο του ενός από τα δύο ορθογώνια.
4. Με κέντρο το μέσο της πλευράς του τετραγώνου και ακτίνα τη διαγώνιο αυτή γράφουμε κύκλο.
5. Τέλος κατασκευάζουμε το χρυσό ορθογώνιο.



ΓΙΑΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΟΣΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΤΟ ΧΡΥΣΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ;

- Οι αρχαίοι Έλληνες το θεωρούσαν απαραίτητο για ένα αντικείμενο ώστε αυτό να φαίνεται «όμορφο».
(καλαίσθητο, κάλλος)
- Η χρησιμοποίησή του σε καλλιτεχνικά δημιουργήματα και κατασκευές (γενικά) οδηγούσε σε «άριστα» και «ωραία» αποτελέσματα.
- Ο Φειδίας το χρησιμοποίησε πάρα πολύ στα έργα του.
- Ειδικότερα ο Παρθενώνας παρουσιάζει τόσο τέλεια αρμονικές (χρυσές) αναλογίες μέχρι την παραμικρή του λεπτομέρεια, ώστε του προσδίδουν μια μνημειώδη μεγαλοπρέπεια και πρωτοφανή χάρη, που εντυπωσίαζε τους επισκέπτες της Ακρόπολης τον καιρό εκείνο.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αν και η διαίσθηση είναι απαραίτητη στον εμπνευσμένο αρχιτέκτονα, η ποιοτική γνώση της συμπεριφοράς των κατασκευών που στηρίζεται πάνω σε καθαρά διαισθητική βάση, δεν μπορεί να οδηγήσει σε μια βαθιά και ποσοτική γνώση της κατασκευής χωρίς τα απαραίτητα μαθηματικά εργαλεία.

Πέρα από τα μαθηματικά που απαιτούνται για την ανάλυση κάθε μιας από τις βασικές κατασκευαστικές απαιτήσεις, η αναζήτηση της βέλτιστης κατασκευαστικής λύσης απαιτεί πολλές φορές την εφαρμογή τεχνικών του μαθηματικού προγραμματισμού.

Τέλος, παρατηρήσαμε πως οι σύγχρονοι αρχιτέκτονες εκμεταλλεύονται τα μαθηματικά όχι μόνο ως ένα εργαλείο που λαμβάνει υπ' όψιν τις συνθήκες και τις προϋποθέσεις για την κατασκευή ενός κτιρίου –αντοχή, σταθερότητα κτλ- αλλά και ως μέσο επίτευξης καλαισθησίας και εντυπωσιασμού.